

DOI: 10.7652/xjtuxb201403018

颗粒阻尼线性离散元模型参数的选取方法

张超¹, 陈天宁¹, 王小鹏¹, 陈卫华^{1,2}

(1. 西安交通大学机械结构强度与振动国家重点实验室, 710049, 西安;
2. 兰州理工大学机电工程学院, 730050, 兰州)

摘要: 为了研究不同形式颗粒阻尼的减振特性及其在旋转条件下的阻尼效果,建立颗粒阻尼的线性离散元模型,提出了一种颗粒接触线性模型的参数选取方法。根据 Hertz 接触非线性模型,假设颗粒相对运动在达到屈服极限时,Hertz 接触模型接触力所做的功和线性模型接触力所做的功相等,对颗粒接触的力和位移的关系进行了线性化处理;利用离散元法对重力场下不同材料的非阻塞性颗粒阻尼(NOPD)、柔性约束颗粒阻尼和旋转条件下的 NOPD 进行建模;根据颗粒材料的屈服强度、泊松比、弹性模量等物理属性确定了仿真计算的相关接触参数。与实验确定颗粒接触参数的方法相比,所提方法适用范围更广。数值计算结果与实验结果在趋势和数值上吻合得较好,为颗粒阻尼的进一步研究奠定了基础。

关键词: 颗粒阻尼;离散元;参数选取;线性模型

中图分类号: O121.8;G558 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2014)03-0096-06

Parameter Selection Method for Linear Discrete Element Model of Particle Damper

ZHANG Chao¹, CHEN Tianning¹, WANG Xiaopeng¹, CHEN Weihua^{1,2}

(1. State Key Laboratory for Strength and Vibration of Mechanical Structures, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. College of Mechano-Electronic Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

Abstract: To investigate the damping effects of different kinds of particle dampers (PDs) and the vibration properties of PDs under centrifugal loads and establish the linear discrete element models, a parameter selection strategy for PDs linear contact model is introduced. According to the Hertz nonlinear contact model, it is assumed that an equivalent linear spring stores the same amount of energy up to a similar yield force for a Hertzian model, and the relationship between the force and the displacement of two particles is treated as linear. The discrete element method is used for modeling non-obstructive particle damper (NOPD), and bean bag damper under gravity and NOPD under centrifugal loads. The contact parameters are determined by means of the granular material properties, such as yield strength, Poisson's ratio, elasticity modulus etc. Compared with the experiments for contact parameter of particle dampers, this strategy is suitable for a wider application range. And the simulations coincide well with the experiments, in both quantitative values and evolving trends.

Keywords: particle damper; discrete element method; parameter selection; linear model

传统阻尼技术如粘弹性阻尼、摩擦阻尼等容易受到温度、腐蚀、老化等因素的影响,从而限制了其

在恶劣环境下的使用^[1]。颗粒阻尼由于其结构简单,减振频带宽,受温度、强辐射条件影响很小,而且不易老化,因此得到了人们的广泛关注^[2]。

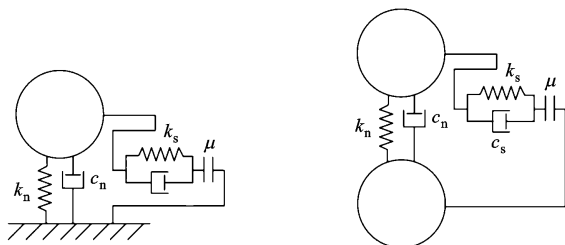
颗粒阻尼是将金属或者非金属颗粒按一定的填充比填充到一个空腔结构内,通过颗粒之间以及颗粒与空腔内壁之间的非弹性碰撞、摩擦和动量交换来消耗系统的动能,从而达到减振的目的^[3]。颗粒阻尼已经成功应用于航天飞机发动机分流叶片、齿轮机组、筋板类等不同结构,其减振效果明显^[4]。

颗粒阻尼器的振动耗能机理非常复杂,目前相关的研究很多,如功率流法、内蕴时间理论、湍流理论等^[5-7]。离散元法(DEM)是研究颗粒材料的一种常用方法,其核心是接触模型,目前最常用的接触模型是 Hertz-Mindlin 非线性接触模型。宏观上,在与颗粒碰撞实验进行对比时,线性模型得到的碰撞力、碰撞速度以及回弹角等参数与冲击角度之间的关系与实验结果吻合较好。力、速度和位移等参数随时间的微观变化,以 Maw 的理论结果(计算耗时较长)为准确值,原则上 Hertz-Mindlin 非线性模型反映碰撞参数细节更多,但是采用线性模型仍取得了比较准确的结果,因此当参数设置比较准确时,线性模型比复杂的非线性模型所得的结果更加准确^[8],而且在线性模型的基础上更加容易对颗粒进行处理,如对柔性约束颗粒阻尼的柔性边界的建模^[9]。目前,关于颗粒阻尼线性模型参数选取的研究较少,虽然研究表明相关参数与颗粒材料的性能有关,但是如何选取还缺少比较系统的方法^[8]。本文在对 Hertz 非线性接触模型进行线性化处理的基础上,提出了一种较为完整的颗粒阻尼离散元线性模型参数的选取方法,并通过与实验结果对比验证了其有效性。

1 颗粒阻尼离散元模型

离散元是计算颗粒材料力学以及运动特性的一种常用的数值方法^[10],最早是由 Cundall 和 Strack 于 1979 年提出的。离散元法将颗粒材料视为不连续体,利用牛顿第二定律建立每个颗粒单元的运动方程,用动态松弛迭代求解各颗粒单元的运动方程,从而得到颗粒材料整体的运动形态。离散元法的核心是接触模型^[11-12],它将颗粒之间以及颗粒与腔壁之间的法向接触简化为一个弹簧阻尼结构,将切向结构简化为一个弹簧阻尼结构和一个滑动摩擦器结构,结构原理如图 1 所示。当 2 个颗粒之间的切向

力大于最大静摩擦力时,两颗粒产生相对滑动,此时滑动摩擦器起作用,否则,弹簧阻尼器起作用。



(a) 颗粒与腔体之间的接触模型 (b) 颗粒之间的接触模型

k_n : 法向接触刚度; c_n : 法向接触阻尼系数; k_s : 切向接触刚度;

c_s : 切向接触阻尼系数; μ : 摩擦系数

图 1 离散元法的接触模型

每个颗粒的运动都是由作用在其上的合力和合力矩决定的,在任意时刻 t ,每一个颗粒的运动都可由牛顿第二定律得到。每个颗粒的运动都可以分为平移和转动, t 时刻颗粒的加速度和角加速度分别为

$$\ddot{x}_i^t = \frac{\partial \dot{x}_i^t}{\partial t} = \frac{(\sum F^t)_i}{m_i} \quad (1)$$

$$\ddot{\theta}_i^t = \frac{\partial \dot{\theta}_i^t}{\partial t} = \frac{(\sum M^t)_i}{I_i} \quad (2)$$

式中: F^t 为颗粒 i 在 t 时刻所受的力; M^t 为颗粒 i 在 t 时刻所受的力矩; m_i 、 I_i 分别为颗粒 i 的质量和转动惯量。 t 时刻颗粒的加速度和角加速度可以用中心差分的格式表示如下

$$\frac{\partial \dot{x}_i^t}{\partial t} = \frac{\dot{x}_i^{t+\Delta t/2} - \dot{x}_i^{t-\Delta t/2}}{\Delta t} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \dot{\theta}_i^t}{\partial t} = \frac{\dot{\theta}_i^{t+\Delta t/2} - \dot{\theta}_i^{t-\Delta t/2}}{\Delta t} \quad (4)$$

将式(1)、式(2)带入式(3)、式(4)中,颗粒 i 在 $t + \Delta t/2$ 时刻的速度和角速度分别为

$$\dot{x}_i^{t+\Delta t/2} = \dot{x}_i^{t-\Delta t/2} + \frac{\sum (F^t)_i}{m_i} \Delta t \quad (5)$$

$$\dot{\theta}_i^{t+\Delta t/2} = \dot{\theta}_i^{t-\Delta t/2} + \frac{\sum (M^t)_i}{I_i} \Delta t \quad (6)$$

最终可以得到在 $t + \Delta t$ 时刻的颗粒的位移及角位移

$$x_i^{t+\Delta t} = x_i^t + \dot{x}_i^{t+\Delta t/2} \Delta t \quad (7)$$

$$\theta_i^{t+\Delta t} = \theta_i^t + \dot{\theta}_i^{t+\Delta t/2} \Delta t \quad (8)$$

从而得到颗粒的新位置,以及新产生的接触力和力矩。通过这一循环过程,可以得到每个颗粒单元的运动轨迹和颗粒阻尼的整体运动特性,其计算流程如图 2 所示。

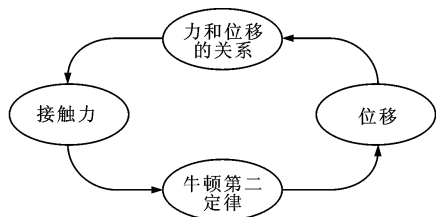


图2 颗粒阻尼离散元法的计算流程

2 颗粒阻尼线性模型参数的选取方法

研究表明^[8],线性颗粒阻尼模型具有更加准确的研究效果,而且更加适合后期对不同形式以及不同环境下的颗粒进行处理。本文是在 Hertz 接触模型的基础上对接触力和位移的关系进行了线性化处理,并对整体线性模型的参数选取进行了研究。在此首先对 Hertz 接触模型进行简单的介绍^[13]。

2.1 Hertz 接触模型

根据 Hertz 接触理论,球形颗粒在相互接触时的接触面为圆,颗粒之间的法向接触力与法向位移的关系为

$$F_n = \bar{k}_n \delta_n^{3/2} \quad (9)$$

$$\bar{k}_n = \frac{4}{3} \bar{E} \bar{R}^{1/2} \quad (10)$$

$$\frac{1}{\bar{E}} = \frac{1 - \nu_i^2}{E_i} + \frac{1 - \nu_j^2}{E_j}$$

$$\bar{R} = \frac{r_i r_j}{r_i + r_j}$$

式中: $\bar{k}_n$ 为颗粒的法向刚度; $\bar{E}$ 为颗粒接触的等效弹性模量; E_i 、 E_j 、 ν_i 、 ν_j 分别为颗粒 i 、 j 相互接触的弹性模量和泊松比; $\bar{R}$ 为接触颗粒的等效半径; r_i 、 r_j 分别为接触颗粒 i 、 j 的半径。

2.2 线性模型

在线性模型中其接触力与位移之间是线性关系,本文采用的是基于 Hertz 接触理论的线性化方法。对于球形颗粒接触,假设在接触重叠位移达到屈服极限时线性模型法向力所做的功等于 Hertz 接触模型法向力所做的功^[14],即

$$W = k_n \int_0^{\delta_Y} \delta d\delta = \bar{k}_n \int_0^{\delta_Y} \delta^{3/2} d\delta, \quad k_n = 4/5 \bar{k}_n \delta_Y^{1/2} \quad (11)$$

$$\delta_Y = \frac{\bar{R}}{E^2} \left(\frac{S_Y}{c_e^*} \right)^2 \quad (12)$$

式中: k_n 为线性模型的法相接触接触刚度; δ_Y 为屈服极限位移; δ 为法向位移; c_e^* 为冯米塞斯系数 c_e 的最大值; S_Y 为颗粒材料的屈服强度。最终其法向接触刚度可以表示为

$$k_n = \frac{8\pi R}{15} \frac{S_Y}{c_e^*} \quad (13)$$

c_e 是法向位移量 z 与接触半径 a 之比的函数,即

$$c_e = \left| \frac{3/2}{1 + (z/a)^2} - \left(1 - \frac{z}{a} \arctan \frac{a}{z} \right) (1 + \nu) \right| \quad (14)$$

式中: ν 为颗粒材料的泊松比。

对于颗粒接触的切向刚度 k_s ,可以由刚度折算系数 γ 进行计算^[8],即

$$k_s = \gamma k_n \quad (15)$$

$$\gamma = \frac{(1 - \nu_i)/G_i + (1 - \nu_j)/G_j}{(1 - 0.5\nu_i)/G_i + (1 - 0.5\nu_j)/G_j} \quad (16)$$

式中: G_i 、 G_j 为颗粒 i 、 j 接触时的剪切模量。假设法向阻尼与切向阻尼相等,通过下式可以计算颗粒间的阻尼比

$$\xi = -\ln e \left(\frac{1}{\pi^2 + \ln^2 e} \right)^{1/2} \quad (17)$$

式中: e 为颗粒之间的恢复系数。

3 数值计算结果与实验对比

根据上述参数的选取方法,本文对颗粒阻尼中的非阻塞性颗粒阻尼(NOPD)和柔性约束颗粒阻尼,以及在旋转条件下的非阻塞性颗粒阻尼进行了离散元建模,通过与实验结果进行对比验证了该方法的可靠性。模型参数通过软件 Matlab 进行计算,而颗粒阻尼模型采用离散元软件 PFC 3D 进行建模仿真。

3.1 非阻塞性颗粒阻尼的离散元模型

非阻塞性颗粒阻尼对于悬臂类结构的冲击振动具有良好的减振效果,参考 Saeki 的实验^[15]对 NOPD 进行了仿真计算,对比了不同材料颗粒的减振效果。实验采用的装置是亚克力材料制成的结构,与板弹簧组成了一个单自由度弹簧质量系统,腔体为 $58 \text{ mm} \times 38 \text{ mm} \times 38 \text{ mm}$ 的矩形腔体,其主质量 $M=0.293 \text{ kg}$,阻尼系数 $c=0.116 \text{ N} \cdot \text{s/m}$,弹簧刚度 $k=1\,602.7 \text{ N/m}$ 。

本文分别对比了铅粒、SUS304 不锈钢颗粒、普通钢珠以及亚克力颗粒材料的减振效果。颗粒直径 d 均为 6 mm ,采用位移简谐激励,激振幅值为 1 mm ,激振频率为系统的固有频率,颗粒质量与主质量的质量比为 0.092 。通过工具手册以及相关文献查询了上述颗粒材料的材料属性,如表 1 所示,通过 2.2 节中的参数选取方法可以计算出颗粒接触的数值计算参数,其实验和仿真结果如图 3 所示。

表 1 颗粒材料的属性

材料	密度/kg·m ⁻³	S _Y /MPa	E/GPa	ν
铅	11 340	7	16.4	0.44
SUS304	7 930	310	197.0	0.28
钢	7 800	215	206.0	0.25
亚克力	1 190	103	3.3	0.37

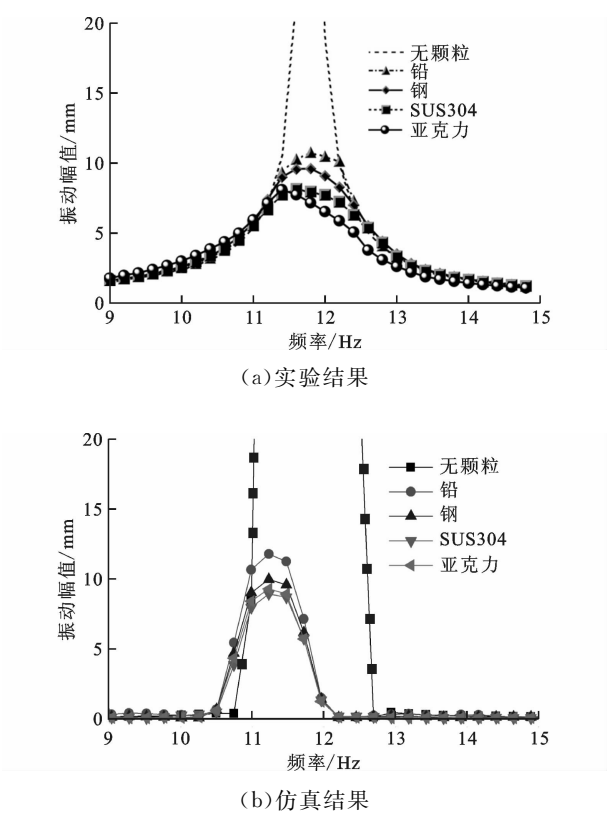


图 3 不同材料颗粒减振实验与仿真结果

通过对比可以看出,实验与仿真结果吻合得比较好。铅粒的减振效果最差,这是因为铅颗粒密度最大,在相同质量条件下铅粒的数量最少,所以颗粒之间的摩擦和碰撞作用就比较小,从而导致颗粒与系统的碰撞摩擦耗能减少,仿真与实验结果一致。本文还对不同质量比的亚克力颗粒,以及不同激励幅值的颗粒阻尼系统进行了仿真计算,得到的仿真与实验结果符合得也比较好。

3.2 柔性约束颗粒阻尼结构的离散元模型

在失重环境下,由于颗粒处于悬浮状态,颗粒之间的相互作用减少,使得 NOPD 的减振效果变差。对于柔性约束颗粒阻尼来说,由于外部柔性约束的作用,使得内部颗粒相互作用增大,在失重环境下仍具有较好的减振效果,因此本文对柔性约束颗粒阻尼减振器进行了离散元建模。柔性约束颗粒阻尼简

称豆包阻尼,它是将大量颗粒用布袋包装起再放入相应的结构空腔中所形成的一种附加阻尼结构。先将外部起柔性约束作用的布包离散化,构建一个颗粒-弹簧模型,并对边界颗粒进行粘接处理,使得颗粒之间可以承受拉力,从而模拟柔性边界的约束。然后,将减振颗粒填充到柔性边界的颗粒-弹簧模型中,从而构成了豆包阻尼器的离散元模型,如图 4 所示。整个豆包阻尼减振器的离散元模型可以分为内部颗粒之间的相互作用、颗粒与柔性边界的相互作用,以及柔性边界与系统腔壁的相互作用 3 个部分。

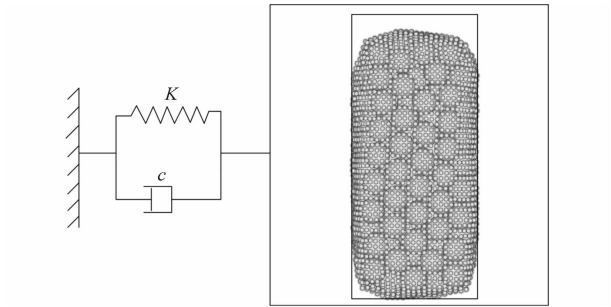
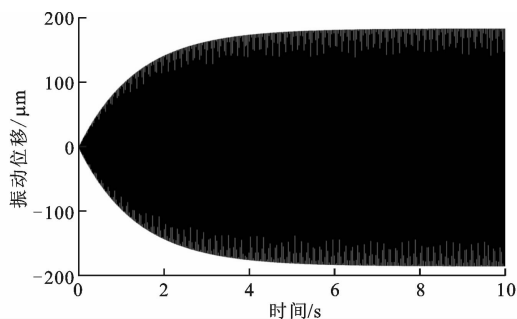


图 4 豆包阻尼器的离散元模型

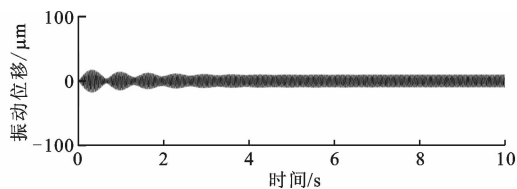
实验参考了关于豆包阻尼器强迫振动的减振特性研究^[16],文中构建了一系列的单自由度系统,对豆包阻尼的了阻尼性能进行了研究。在此对主系统质量为 1.0 kg、弹簧刚度为 135 104.79 N/m、阻尼系数为 1.47 N·s/m 的单自由度系统建立了仿真模型,其中腔体参数为 30 mm×30 mm×50 mm,豆包阻尼器内部颗粒直径为 4 mm 的滚动轴承用钢珠,其弹性恢复系数为 0.75,摩擦系数为 0.2,豆包阻尼器包装袋材料为 0.1 mm 厚的聚乙烯塑料。豆包的直径为 30 mm,长度为 38 mm。采用的正弦激励振幅为 0.1 N,激振频率为系统的固有频率。根据 2.2 节中的参数选取原则以及实验给定的摩擦系数及弹性恢复系数建立了豆包阻尼器的模型。填充豆包阻尼器前、后主系统数值计算时域振动幅值如图 5 所示。对稳态时的振幅进行傅里叶变换,其数值计算结果与实验结果对比如表 2 所示。

表 2 豆包阻尼仿真与实验结果对比

结果	振幅/ μm		减振效率/ $\%$
	无豆包阻尼	有豆包阻尼	
实验	180.00	10.30	94.3
计算	183.42	9.61	94.8
误差/ $\%$	1.9	6.7	0.53



(a) 填充豆包阻尼前的振动衰减图



(b) 填充豆包后的振动衰减图

图5 填充豆包阻尼器前、后的数值计算结果

通过对比,可以发现仿真与实验结果之间的误差小于10%,减振效率误差小于1%。另外,本文还与实验中另外几组单自由度系统振动效果进行了对比,模型的详细参数以及对比结果详见文献[9],仿真结果与实验结果吻合得比较好。

3.3 旋转条件下非阻塞性颗粒阻尼的离散元模型

旋转条件下,由于离心力的作用,颗粒被挤压在一起,振动发生时颗粒之间相对运动减少,使得NOPD失去作用。为了研究在离心载荷下NOPD减振失效的关键参数,以及探寻使其恢复作用的方法,依据上述线性模型,对旋转条件下的颗粒阻尼进行离散元仿真,并与Daniel Nicolaas Johannes Els的实验进行了对比验证^[14],其模型如图6所示。腔体为直径 $D=12.5$ mm、高 $L=37$ mm的圆柱;直径为 $d=4$ mm的钢球,颗粒个数为26。腔体旋转半径为0.4 m,转轴为 z 轴,旋转平面为 xy 平面,沿 z 向做自由衰减振动。

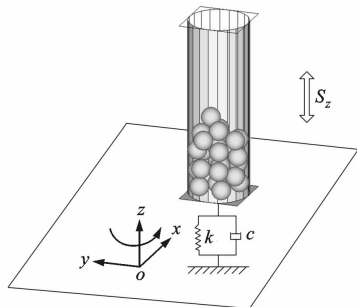
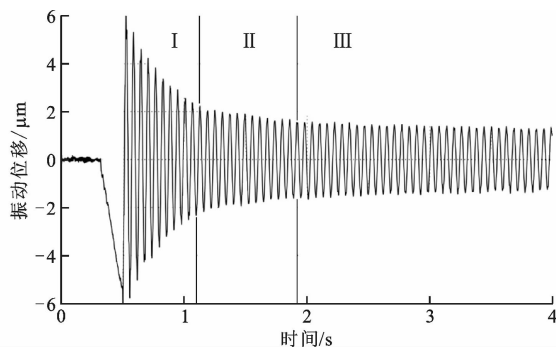
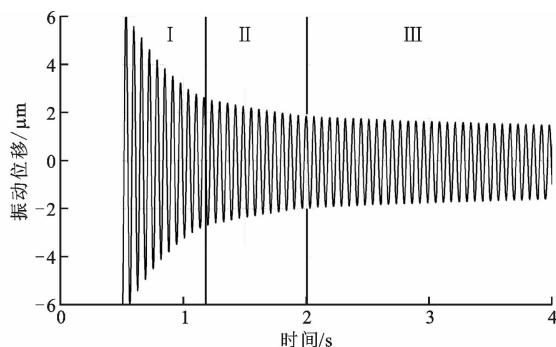


图6 离心载荷下NOPD的离散元模型

实验采用自由衰减振动来研究颗粒阻尼的减振特性,起始位移为 -6.5 mm。转速 $n=138$ r/min时梁端点振动位移时域衰减的实验与仿真结果如图7所示。



(a) 振动时域衰减实验结果



(b) 振动时域衰减仿真结果

I: 阻尼值较大的区域; II: 过渡区域; III: 阻尼值较小的区域

图7 离心载荷下NOPD减振的实验与仿真结果

通过对比发现,实验与仿真结果在振动衰减趋势以及幅值上吻合得都比较好。在开始振动时,由于振动比较大,大部分颗粒处于运动状态并参与了减振,幅值衰减比较快,颗粒运动为类液态运动,该部分阻尼比较大。然后,随着振幅的减小,颗粒由类液态运动向类固态运动过渡。最后,整个颗粒材料作为一个整体随系统振动,类似于一个固体,此时颗粒材料阻尼作用很小,整体系统的阻尼基本上等于主系统的阻尼。这也证明了线性模型参数选取的方法对于离心载荷下的颗粒阻尼仍然是适用的。

4 结 论

本文对Hertz非线性接触模型进行了线性化处理,提出了线性接触模型参数的选取方法。该方法可以直接根据颗粒材料的屈服强度、泊松比、弹性模量等物理属性来确定仿真计算所需的相关接触参数,从而克服了根据实验确定参数适用范围窄的问题,为颗粒阻尼的数值分析提供了准确的物理模型。

通过仿真与实验结果的对比,验证了该方法的可靠性。本文方法不仅适用于重力场下颗粒阻尼参数的计算,而且也可以用于柔性约束颗粒阻尼以及离心载荷下颗粒阻尼的参数选取,因此为不同环境下颗粒阻尼特性的仿真研究提供了理论依据。

参考文献:

- [1] BAI Xianming, BINOY S, LEON M K, et al. Particle dynamics simulations of a piston-based particle damper [J]. Powder Technology, 2009, 189(1): 115-125.
- [2] XU Zhiwei, MICHAEL Y W, CHEN Tianning. Particle damping for passive vibration suppression: numerical modeling and experimental investigation [J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 279(1/2/3/4/5): 1097-1120.
- [3] BAI Xianming, LEON M K, WANG Q, et al. Investigation of particle damping mechanism via particle dynamics simulations [J]. Granular Matter, 2009, 11(6): 417-429.
- [4] 鲁正, 吕西林, 闫维明. 颗粒阻尼技术的研究综述 [J]. 振动与冲击, 2013, 32(7): 2-7.
LU Zheng, LÜ Xilin, YAN Weiming. A survey of particle damping technology [J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32(7): 2-7.
- [5] 刘雁梅, 黄协清, 陈天宁. 非阻塞性颗粒阻尼加筋板振动功率流的研究 [J]. 西安交通大学学报, 2001, 35(1): 20-24.
LIU Yanmei, HUANG Xieqing, CHEN Tianning. Study on powder flow of a stiffened plated with non-obstructive particle damping [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2001, 35(1): 20-24.
- [6] 王炜, 黄协清, 陈天宁, 等. 内蕴时间理论用于NOPD板结构相应计算的研究 [J]. 振动工程学报, 2003, 16(1): 17-22.
WANG Wei, HUANG Xieqing, CHEN Tianning, et al. Response calculation of plates with non-obstructive particle damping using Endochronic theory [J]. Journal of Vibration and Shock, 2003, 16(1): 17-22.
- [7] CUI Zhiyuan, WU Jiuhui, CHEN Hualing, et al. A quantitative analysis on the energy dissipation mechanism of the non-obstructive particle damping technology [J]. Journal of Sound and Vibration, 2011, 330(11): 2449-2456.
- [8] ALBERTO D R, FRANCESCO P D M. Comparison of contact-force models for the simulation of collisions in DEM-based granular flow codes [J]. Chemical Engineering Science, 2004, 59(3): 525-541.
- [9] ZHANG Chao, CHEN Tianning, WANG Xiaopeng. The bean bag damper model based on discrete element method [C] // 20th International Congress on Sound and Vibration. Bangkok, Thailand: ICSV, 2013: 1-8.
- [10] CUNDALL P A, STRACK O D L. A discrete numerical model for granular assemblies [J]. Geotechnique, 1979, 29(1): 47-65.
- [11] CHEN Tianning, MAO Kuanmin, HUANG Xieqing, et al. Dissipation mechanism of non-obstructive particle damping using discrete element method [C] // Proceedings of SPIE International Symposium on Smart Structures and Materials. Bellingham, WA, USA: SPIE, 2001: 294-301.
- [12] 毛宽民, 陈天宁, 黄协清. 非阻塞性微颗粒阻尼的散体元模型 [J]. 西安交通大学学报, 1999, 33(5): 79-83.
MAO Kuanmin, CHEN Tianning, HUANG Xieqing. Discrete element method applied to non-obstructive particle damping [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 1999, 33(5): 79-83.
- [13] WONG C X, DANIEL M C, RONGONG J A. Energy dissipation prediction of particle dampers [J]. Journal of Sound and Vibration, 2009, 319: 91-118.
- [14] DANIEL N J E. The effectiveness of particle dampers under centrifugal loads [D]. Stellenbosch, South Africa: University of Stellenbosch, 2009.
- [15] SAEKI M. Impact damping with granular materials in a horizontally vibrating system [J]. Journal of Sound and Vibration, 2002, 251(1): 153-161.
- [16] 李伟. 冲击减振理论的离散单元法研究及应用 [D]. 西安: 西安交通大学, 1997.

(编辑 管咏梅)